Exercício 7 a-c (Cap. 4 do livro)

a) Calcule as funções probabilidade marginais e estude a independência entre X e Y.

As funções de probabilidade marginais são representadas por $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ e no quadro seguinte especificam-se estas funções.

$y\backslash x$	1	2	3	$f_Y(y)$
0	1/9	1/9	1/9	3/9
1	1/9	1/9	1/9	3/9
2	-	1/9	1/9	2/9
3	-	-	1/9	1/9
$f_X(x)$	2/9	3/9	4/9	1

X e Y são independente sse $\forall_{(x,y)} : f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \times f_Y(y)$

$f_{X,Y}(1,0) = \frac{1}{9} \neq f_X(1) \times f_Y(0) = \frac{2}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{27}$

Como $f_{X,Y}(1,1) \neq f_X(1) \times f_Y(0)$, X e Y não são variáveis aleatórias independentes

b) Calcule a função probabilidade condicionada $f_{Y|X=2}(y)$, e diga qual o seu significado.

$f_{Y|X=2}(y) = P(Y = y|X = 2) = \frac{P(X=2,Y=y)}{P(X=2)} = \frac{f_{X,Y}(2,y)}{f_x(2)} \quad (y = 0, 1, 2)$

$f_{Y|X=2}(0) = \frac{1/9}{3/9} = \frac{1}{3}$

$f_{Y|X=2}(1) = \frac{1/9}{3/9} = \frac{1}{3}$

$f_{Y|X=2}(2) = \frac{1/9}{3/9} = \frac{1}{3}$

$f_{Y|X=2}(y) = \frac{f_{X,Y}(2,y)}{f_x(2)} = \frac{1}{3} \quad (y = 0, 1, 2)$

Esta função indica-nos a probabilidade de o comerciante vender mensalmente y máquinas sabendo que foram recebidas 2 máquinas.

c) Obtenha a função probabilidade da variável aleatória que representa o número de máquinas que ficam por vender mensalmente.

Z : variável aleatória que representa o número de máquinas que ficam por vender, mensalmente.

$Z = X - Y \quad (z = 0, 1, 2, 3)$

$f_Z(0) = P(Z = 0) = f_{X,Y}(1,1) + f_{X,Y}(2,2) + f_{X,Y}(3,3) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$

$f_Z(1) = P(Z = 1) = f_{X,Y}(1,0) + f_{X,Y}(2,1) + f_{X,Y}(3,2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$

$f_Z(2) = P(Z = 2) = f_{X,Y}(2,0) + f_{X,Y}(3,1) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

$f_Z(3) = P(Z = 3) = f_{X,Y}(3,0) = \frac{1}{9}$

z	0	1	2	3
$f_Z(z)$	1/3	1/3	2/9	1/9